

# 基于自适应模拟退火的变频正弦混沌神经网络

胡志强<sup>1,2,3</sup>, 李文静<sup>1,3</sup>, 乔俊飞<sup>1,3</sup>

(1. 北京工业大学信息学部, 北京 100124; 2. 泰山学院机械与建筑工程学院, 山东泰安 271000;  
3. 计算智能与智能系统北京市重点实验室, 北京 100124)

**摘要:** 针对变频正弦混沌神经网络寻优精度与收敛速度无法兼顾的问题, 通过分析暂态混沌神经网络的优化机制和现有的退火策略, 提出了一种基于自适应模拟退火策略的变频正弦混沌神经网络模型. 该模型可以根据混沌神经元的 Lyapunov 指数来确定合适的自反馈连接权值. 给出了混沌神经元的倒分岔图、Lyapunov 指数及不同退火函数的时间演化图, 证明了自适应模拟退火策略能够自主选择合适的退火速度, 更有效的利用混沌全局搜索能力, 并加快非混沌态的演化时间. 为了证明该模型的有效性, 将其应用于函数优化和组合优化问题中. 仿真实验表明: (1) 对于该模型退火速度的选择, 自适应模拟退火策略比现有的几种退火方法更具有灵活性和适应性; (2) 该模型在寻优精度和速度上比暂态混沌神经网络及其他改进模型具有更好的兼顾性.

**关键词:** 变频正弦混沌神经网络; Lyapunov 指数; 自适应模拟退火; 优化计算

**中图分类号:** TP183 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2019)03-0613-10

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2019.03.014

## Frequency Conversion Sinusoidal Chaotic Neural Network Based on Self-adaptive Simulated Annealing

HU Zhi-qiang<sup>1,2,3</sup>, LI Wen-jing<sup>1,3</sup>, QIAO Jun-fei<sup>1,3</sup>

(1. Faculty of Information Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China;  
2. College of Mechanical and Architectural Engineering, Taishan University, Taian, Shandong 271000, China;  
3. Beijing Key Laboratory of Computational Intelligence and Intelligent System, Beijing 100124, China)

**Abstract:** The frequency conversion sinusoidal chaotic neural network (FCSCNN) cannot consider search accuracy and convergence speed simultaneously. In order to solve the mentioned problem, a novel self-adaptive simulated annealing (SSA) strategy is proposed by analyzing the optimization mechanism of the transiently chaotic neural network (TCNN) and the existing annealing strategy. It can give appropriate self-feedback connection weights based on the characteristics of Lyapunov exponent. The reversed bifurcation, Lyapunov exponent and annealing function evolution diagram of the chaotic neuron are given and the dynamic characteristic is analyzed. It shows that the SSA strategy can choose appropriate annealing speed in different stages, which can not only make full use of chaotic global searching ability but also accelerate convergence speed. Based on the neuron model, a novel FCSCNN with SSA strategy (FCSCNN-SSA) is proposed and applied to nonlinear function optimization and combinational optimization problems. The simulation results show that: (1) The SSA strategy can targeted choose the appropriate annealing speed, which is superior to other several existing simulated annealing methods for pertinence and adaptability and can be expanded to other similar models with same optimization mechanism; (2) FCSCNN-SSA can converge with a fast speed and search accuracy simultaneously than TCNN, TCNN-SEA, I-TCNN, NCNN, BFS-TCNN, FCSCNN.

**Key words:** frequency conversion sinusoidal chaotic neural network; Lyapunov exponent; self-adaptive simulated annealing; optimal computation

### 1 引言

变频正弦混沌神经网络 (Frequency Conversion Si-

nusoidal Chaotic Neural Network, FCSCNN) 是一种基于脑电波的生物机制, 采用由变频正弦函数 (Frequency Conversion Sinusoidal, FCS) 与 Sigmoid 函数加权的形式作

为混沌神经元的非单调激励函数的新型混沌神经网络<sup>[1]</sup>. 文献[1]已证明了相比于采用单调递增 Sigmoid 激励函数的暂态混沌神经网络(Transiently Chaotic Neural Network, TCNN)<sup>[2]</sup>, FCSCNN 具有更加丰富的混沌动力学特性和全局搜索性能,能够更准确的解决函数优化及 TSP 问题. 同时由于激励函数更加符合真实神经元的生物学机制,能够表征神经元激励与响应的频幅关系,充分体现出复杂多变脑部活动的非线性动力学特征<sup>[1,3-6]</sup>. 但是,FCSCNN 受到退火策略、模型参数、问题复杂度等因素的影响,收敛速度并不理想,且当收敛速度快时,丰富的混沌动力学特性不能得到充分的利用,又无法具有较高的寻优准确度.

FCSCNN 的优化机制与 TCNN 一致,即在传统的 Hopfield 神经网络(Hopfield Neural Network, HNN)基础上加入一个随时间不断衰减的具有混沌模拟退火(Chaotic Simulated Annealing, CSA)特性的自反馈项,使其产生混沌运动,从而利用混沌的遍历性和伪随机性进行全局寻优搜索<sup>[1,2,7,8]</sup>. 因此,FCSCNN 混沌特性的强弱变化依赖于自反馈项的衰减过程. 自反馈项的变化由自反馈连接权值控制,退火函数决定连接权值的衰减速度,直接影响到前期混沌全局搜索准确度和后期的收敛速度<sup>[1,2]</sup>. 如自反馈连接权值下降过快,网络将经历短暂的混沌搜索状态很快进入收敛阶段,虽收敛快但很难保证有充分的全局搜索过程,从而降低寻优准确度;反之,虽有足够的混沌搜索能力,但会消耗较长时间收敛到最优解<sup>[9]</sup>.

任海鹏等人利用混沌迭代进行变初值的混沌搜索,提出了双混沌神经网络模型<sup>[9]</sup>;叶永刚等人引入 Legendre 函数建立非单调激励函数,提出了 SLF 混沌神经网络模型<sup>[10]</sup>;于舒娟等人提出了新的适用于盲检测算法的双 sigmoid 混沌神经网络模型<sup>[11]</sup>;Xu 等人将逆多二次函数与 Sigmoid 函数加和组成非单调激励函数,提出了 RBF-CNN 模型<sup>[12]</sup>. 以上模型和 FCSCNN 均采用指数退火函数,但由于参数单一,无法兼顾收敛速度和准确性<sup>[1,2,8]</sup>. 针对指数退火函数给混沌优化带来的问题,王凌等人提出的退火函数比指数退火函数在初期具有更丰富的混沌搜索能力,在后期具有更快的收敛速度<sup>[13]</sup>,但同样受到参数单一的限制;Feng 和 Li 等人以  $z(0)/2$  作为退火函数分段点,前半段采用较慢的退火速度,充分利用混沌全局搜索性能,后半段采用较快的退火速度,保证快速收敛到最优解,实验表明分段指数退火优于线性和单一指数退火策略<sup>[14,15]</sup>,但是对于分段点的确定较为粗略,不能根据模型特点针对性采用合适的退火速度;Xu 等人将退火衰减因子  $\beta$  替换为时变参数,改善了收敛速度和搜索能力<sup>[16]</sup>;修春波等人引入 Gauss 函数并加入两种退火机制,提出了一种新的混沌神经网络<sup>[17]</sup>. 综上所述,目前现有

的退火策略主要有:线性、指数<sup>[9-12]</sup>、王凌<sup>[13,17]</sup>和分段<sup>[14,15]</sup>退火函数. 虽然以上退火策略在适当参数下能够得到全局最优解,但是由于缺乏针对性和自适应性,收敛速度和全局搜索性能仍不理想.

本文针对 FCSCNN 寻优精度与收敛速度无法兼顾的问题,通过分析 FCSCNN 的优化机制和混沌神经元 Lyapunov 指数的变化及倒分岔的特点,提出了一种基于自适应模拟退火策略(Self-adaptive Simulated Annealing, SSA)的 FCSCNN 模型(FCSCNN-SSA). 该自适应退火策略能够根据网络的演化自主确定合适的退火速率,同时衰减因子  $\beta$  随时间增加,保证收敛速度不断加快,并加入了变退火初值的方法,不但可以增强初期混沌搜索能力,还可以兼顾收敛速度. 给出了倒分岔图、Lyapunov 指数及退火函数时间演化图,分析了自适应退火策略的作用原理. 将 FCSCNN-SSA 应用于函数优化和组合优化问题中,并与 TCNN 及其改进模型进行了对比试验. 仿真实验表明,本文提出的 FCSCNN-SSA 模型能够在保证较高寻优精度的同时具有较快收敛速度,比现有的几种模型具有更好的兼顾能力,为非线性优化问题的求解提供了有效的方法和工具.

## 2 变频正弦混沌神经网络模型

根据脑电波的生物机制,具有非单调激励函数的 FCSCNN 模型<sup>[1]</sup>描述如下:

$$x_i(t) = f(y_i(t)) \quad (1)$$

$$y_i(t+1) = ky_i(t) + \alpha \left[ \sum_{j=1, j \neq i}^N w_{ij} x_j(t) + I_i \right] - z_i(t) [x_i(t) - I_0] \quad (2)$$

$$z_i(t+1) = (1 - \beta) z_i(t) \quad (3)$$

$$f(u) = S_1(u, \varepsilon_1) + c \cdot S_2(u, \varepsilon_2) \quad (4)$$

$$S_1(u, \varepsilon_1) = 1 / [1 + \exp(-u/\varepsilon_1)] \quad (5)$$

$$S_2(u, \varepsilon_2) = A(0) \cdot \exp(-a|u|) \cdot \sin(u/(\varepsilon_2(0) \cdot \exp(-b|u|))) \quad (6)$$

其中,  $x_i(t)$  为神经元  $i$  的输出;  $y_i(t)$  为神经元  $i$  的内部状态;  $z_i(t)$  为自反馈连接权重 ( $z_i(t) > 0$ );  $I_i$  是神经元  $i$  的输入阈值;  $w_{ij}$  为神经元  $i$  和神经元  $j$  之间的连接权值 ( $w_{ij} = w_{ji}$ ,  $w_{ii} = 0$ );  $k$  为神经隔膜的阻尼因子 ( $0 \leq k \leq 1$ );  $\alpha$  为输入正值比例参数;  $\beta$  为  $z(t)$  的退火衰减因子 ( $0 \leq \beta \leq 1$ );  $\varepsilon_1$  和  $\varepsilon_2$  分别为 Sigmoid 函数  $S_1$  和变频正弦函数  $S_2$  的陡度因子 ( $\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0$ ),  $\varepsilon_2(0)$  为陡度因子初值 ( $\varepsilon_2(0) > 0$ );  $A$  为正弦函数的幅值,  $A(0)$  为幅值初值 ( $0 \leq A(0) \leq 1$ );  $I_0, a, b$  均为正值参数;  $c$  为比例系数 ( $0 \leq c \leq 1$ ,  $c = 0$  时为 TCNN 模型).

混沌神经元动力学特性可以根据倒分岔图和最大 Lyapunov 指数来分析和体现. Lyapunov 指数描述了由于

初值敏感性,两个非常接近的初始值随着时间推移依据指数方法分离的现象,表征了混沌动力学轨道的运动状态. Lyapunov 指数的计算公式如下:

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \log \left| \frac{dy(t+1)}{dy(t)} \right| \quad (7)$$

则对于 FCS 混沌神经元模型有

$$\begin{aligned} \frac{dy(t+1)}{dy(t)} &= k - z(t) \frac{dx(t)}{dy(t)} \\ &= k - z(t) \left[ \frac{dS_1(y(t))}{dy(t)} + c \frac{dS_2(y(t))}{dy(t)} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{dS_1(y(t))}{dy(t)} = \frac{1}{\varepsilon_1} S_1(y(t)) (1 - S_1(y(t))) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{dS_2(y(t))}{dy(t)} &= A(0) e^{-a|y(t)|} \left[ (1 + b|y|) \cos\left(\frac{ye^{b|y(t)|}}{\varepsilon_2(0)}\right) \frac{e^{b|y(t)|}}{\varepsilon_2(0)} \right. \\ &\quad \left. - a \sin\left(\frac{|y|e^{b|y(t)|}}{\varepsilon_2(0)}\right) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

当  $\lambda > 0$  时,表明相邻轨道分散,长时间行为对初始值非常敏感,模型处于混沌状态,其值越大表示混沌运动越强烈,进而混沌搜索能力越强;当  $\lambda = 0$  时,表明模型处于边界稳定状态,处于混沌与稳定的临界值,即稳定的边界,表示倍周期倒分岔的发生;当  $\lambda < 0$  时,表明相体积收缩,运动稳定,且对初值不敏感,模型不具备混沌特性<sup>[10,17,18]</sup>. 选取适当的模型参数,神经元将会表现出暂态混沌的特性. 文献[1]在相同模型参数下实验证明,FCSCNN 神经元模型的倒分岔图比典型的暂态混沌神经元模型表现出更丰富的混沌动力学行为. Lyapunov 指数能够客观反映模型混沌动力的剧烈程度,亦可体现网络的全局寻优能力的强弱. 如果能够通过 Lyapunov 指数的特点,在自反馈项衰减的过程中,减慢混沌特性较强的阶段,加快无混沌搜索能力的阶段,就能够具有针对性且更程度的利用混沌全局遍历特性获得最优解.

### 3 自适应模拟退火策略

FCSCNN 的优化机制与 TCNN 一致,将优化问题的目标函数、寻优过程、最优解分别映射为网络模型的能量函数、动力学演化过程、稳定点. Kwok 和 Smith 给出了一个修正的能量函数如下<sup>[7,12,19,20]</sup>:

$$\begin{aligned} E(t) &= E_{\text{top}} + H = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij} x_i(t) x_j(t) - \sum_{i=1}^N I_i x_i(t) \\ &\quad + \frac{1}{\tau_i} \sum_{i=1}^N \int_0^{x_i(t)} f^{-1}(\xi) d\xi + H(x_i, w_{ij}, I_i) \end{aligned} \quad (11)$$

式中,  $i, j = 1, 2, \dots, N$ ,  $N$  为神经元的个数,  $x_i(t)$  为第  $i$  个神经元  $t$  时刻的输出,  $I_i$  是第  $i$  个神经元的阈值,  $w_{ij}$  为神经元  $i$  和神经元  $j$  之间的连接权值,  $\tau_i$  为第  $i$  个神经元的时间常数,  $f^{-1}(\cdot)$  为激活函数的反函数,  $H$  是附加能量项.  $H$  代表着自反馈项的能量值,  $H$  的选择形式决定着

混沌动力的变化特点. HNN 有如下修改规则<sup>[20-22]</sup>:

$$\frac{dy_i}{dt} = -\frac{\partial E}{\partial x_i} \quad (12)$$

根据式(12)可以延伸出多种 TCNN 模型. 自反馈连接权重  $z(t)$  对  $H$  的形式具有直接的决定作用,而  $z(t)$  的衰减过程又取决于退火函数的选择. 随着  $z(t)$  的退火衰减作用,网络会从混沌搜索(粗搜索)的奇异吸引子经历一个倒分岔过程逐渐过渡到倍周期态,最终收敛到梯度下降(细搜索)的稳定平衡点,退化为 HNN. 理想的退火函数应在粗搜索阶段具有较大的  $z(t)$ , 提供足够的混沌全局搜索动力,避免陷入局部极小,在细搜索阶段  $z(t)$  应能够迅速衰减至零,实现快速收敛. 常用的退火策略:线性、指数<sup>[9-12]</sup>、王凌<sup>[13,17]</sup>、分段<sup>[14,15]</sup>退火函数,如式(13)~(16)所示:

$$z(t+1) = \begin{cases} z(t) - \beta, & z(t) > \beta \\ 0, & z(t) \leq \beta \end{cases} \quad (13)$$

$$z(t+1) = (1 - \beta)z(t), 0 \leq \beta \leq 1 \quad (14)$$

$$z(t+1) = z(t) / \ln[e + \beta(1 - z(t))] \quad (15)$$

$$z(t+1) = \begin{cases} (1 - \beta_1)z(t), & z(t) > \frac{z(0)}{2} \\ (1 - \beta_2)z(t), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (16)$$

其中,  $z(t)$  是自反馈连接权重,  $\beta$  为  $z(t)$  的退火衰减因子. 以上退火策略均存在参数单一,缺乏针对性和自适应性的不足,无法充分利用衰减过程中的混沌动力学特点,导致收敛速度和全局寻优能力受到限制. 为了观察退火策略的作用效果,固定 FCSCNN 模型参数  $k = 0.95$ ,  $\varepsilon_1 = 0.02$ ,  $z(0) = 1.2$ ,  $I_0 = 0.65$ ,  $A(0) = 0.8$ ,  $\varepsilon_2(0) = 0.04$ ,  $a = 1$ ,  $b = 1$ ,  $c = 0.25$  不变,则不同退火策略对模型的作用特点如图 1 所示.

由图 1 可知,自反馈连接权重  $z(t)$  对混沌神经元动力学演化过程的作用本质,可以如下理解:当模型参数确定后,可以将混沌神经元的动力学演化过程比作绘制在折扇上的图画,而  $z(t)$  相当于一个折扇的作用,通过选择不同的退火策略来决定  $z(t)$  的特点,即对折扇进行有紧有松的折叠,呈现出来的将会是不同特点的图画,也就是表现出了不同性能的动力学特点,但整体的倒分岔特点保持一致.

因此,通过分析 FCSCNN 的优化机制和现有的退火策略,根据混沌神经元的 Lyapunov 指数的变化特点,提出了自适应模拟退火函数,即在自反馈项衰减过程中,在尽可能提高收敛速度的同时,通过  $\lambda$  值有针对性的强化或延缓混沌过程,弱化或加快非混沌过程. 表达式如下:

$$z(t+1) = \begin{cases} [1 - \beta_1(t_{\beta_1})]z(t), & \lambda > 0 \text{ and } z(t) > z_{T_4} \\ [1 - \beta_2(t_{\beta_2})]z(t), & \lambda \leq 0 \text{ and } z(t) > z_{T_4} \\ (1 - \beta_3)z(t), & \lambda \leq 0 \text{ and } z(t) \leq z_{T_4} \\ 0, & \lambda \leq 0 \text{ and } z(t) \leq z_{T_1} \\ z_0, & z_0 < z'_0 < z(0) \text{ and } z(t) = z'_0 \end{cases} \quad (17)$$

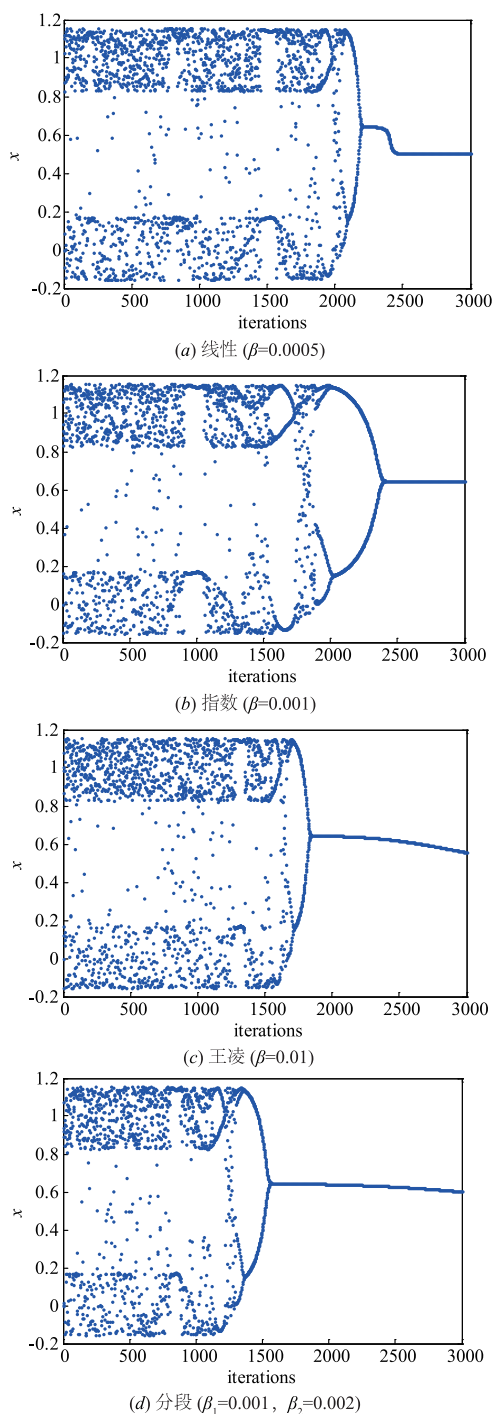


图1 不同退火策略对FCS神经元倒分岔图的作用

其中,  $0 \leq \beta_1 \leq \beta_2 \leq \beta_3 \leq 1$  分别为慢、中、快速退火衰减因子,且  $\beta_1, \beta_2$  均随着时间的变化呈现指数增长 ( $\beta_1(t_{\beta_1} + 1) = (1 + \varphi)\beta_1(t_{\beta_1}), \beta_2(t_{\beta_2} + 1) = (1 + \varphi)\beta_2(t_{\beta_2}), \beta_1(t_{\beta_1}) \leq \beta_2(0), \beta_2(t_{\beta_2}) \leq \beta_3, \beta_1 \in [1 \times 10^{-8}, 0.01], \beta_2 \in [0.01, 0.1], \beta_3 \in [0.1, 0.5]$ );  $\varphi$  为较小正值,决定  $\beta_1, \beta_2$  的增长速度,通常取经验值  $0.001 \sim 0.005$ ;  $z(0), z_0', z_0$  分别为自适应退火初值、跳变点、跳变初值,  $0 < z_0' < z(0) = (1.2 \sim 2)z_0$ ;  $\lambda, z_{T1}, z_{T4}$  分别为 Lyapunov 指数、倒分岔图周期 1 和周期 4 点对应的自反馈连接权,三者的值由 Lyapunov 指数计算分析程序自主确定. 该自适应退火策略较现有的退火函数有如下改进之处:

(1) 搜索初期: 设跳变初值为  $z_0$ , 采用自适应退火策略时, 取自适应退火初值  $z(0)$  大于  $z_0$ , 当  $z(t)$  衰减至跳变点  $z_0'$  时,  $z(t)$  直接跳变到  $z_0$ , 既能提高初期混沌搜索能力, 又能弥补过大退火初值带来的时间冗长的不足;

(2) 搜索过程: 根据  $\lambda$  值自适应选择采用  $\beta_1$  或  $\beta_2$  分别来延缓混沌动力较强的过程和加快非混沌过程, 同时  $\beta_1, \beta_2$  被使用时均随着时间呈现指数增长, 加快后期收敛速度;

(3) 搜索后期: 当模型倒分岔至周期 4 点  $z_{T4}$  时, 将会经历周期 4、周期 2、周期 1 的倒分岔过程, 此点意味着混沌搜索阶段已结束, 采用最快的退火速度  $\beta_3$ , 使网络迅速进入梯度下降阶段, 加快后期无混沌的倒分岔过程, 保证收敛速度;

(4) 梯度收敛: 当模型倒分岔至周期 1 点  $z_{T1}$  时, 网络进入梯度下降阶段, 此时将  $z(t)$  置零来避免自反馈项带来的扰动, 有利于模型快速收敛至稳定点.

在选择合适模型参数后, 首先通过线性或指数退火策略获得模型的 Lyapunov 指数, 然后采用式 (14) 所示的自适应模拟退火策略针对性的自主确定不同档位的退火速度, 并将其应用到 FCSCNN 模型的优化过程中, 提出了一种新型的混沌神经网络—FCSCNN-SSA 模型 (式 (1), 式 (2), 式 (4) ~ (7)). 退火策略对混沌神经网络动力学特性的影响, 可以根据倒分岔图以及 Lyapunov 指数时间演化图来分析和体现. 选取适当的 FCS 神经元模型参数:  $k = 0.95, \beta = 0.001, \varepsilon_1 = 0.02, I_0 = 0.65, z(0) = 1.2, A(0) = 0.8, \varepsilon_2(0) = 0.04, a = 1, b = 1, c = 0.25$ . 模型将会表现出暂态混沌行为, 指数退火函数作用下的 FCS 混沌神经元模型的动力学特性如图 2 所示.

在指数退火函数作用下, 根据图 2 (b) 所示的 Lyapunov 指数时间演化图的特点来确定周期 1、周期 4 点及混沌搜索阶段中的较明显的周期态区间, 进而得到图 2 (c) 所示对应的自反馈连接权值. 结果如表 1 所示.

在指数退火函数作用下, 根据图 2 (b) 所示的 Lyapunov 指数时间演化图的特点来确定周期 1、周期 4 点及混沌搜索阶段中的较明显的周期态区间, 进而得到图 2 (c) 所示对应的自反馈连接权值. 结果如表 1 所示.

表 1 自适应模拟退火函数分段点

	$z_{S1a}$	$z_{S1b}$	$z_{S2a}$	$z_{S2b}$	$z_{T4}$	$z_{T1}$
$t$	909	1035	1584	1718	1897	2340
$z(t)$	0.48378	0.42648	0.24623	0.21534	0.18003	0.11557

同样的模型参数下, 如图 2 (a), 当取  $\beta_1(0) = 0.001, \beta_2(0) = 0.01, \beta_3 = 0.1, \varphi = 0.003, z_0 = 0.6, z_0' = 0.8$  时, 根据表 1 得到的分段点, 在自适应模拟退火函数作用下的得到的 FCS 混沌神经元模型的动力学特性

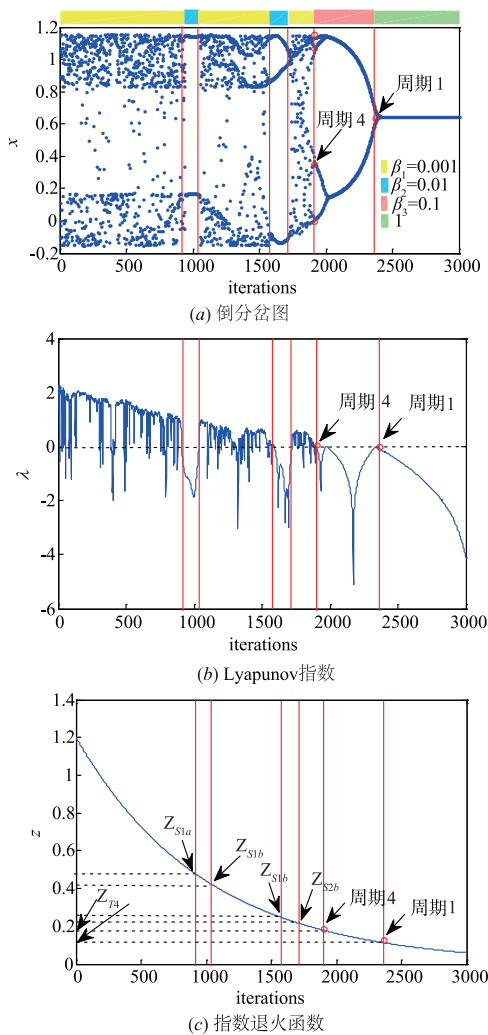


图2 FCS混沌神经元的动力学特性分析图

如图 3 所示。

由图 2、3 可知,相同条件下,采用提出的自适应模拟退火策略, Lyapunov 指数多处于大于等于零的状态,且迭代次数更少,表明策略可以在初期增强混沌搜索能力,在混沌搜索阶段,延缓混沌动力过程,缩短周期态运行时间,在后期加快收敛速度,兼顾了混沌全局搜索能力和收敛速度. 为了进一步比较自适应退火策略与其他四种退火策略的不同,对线性、指数、王凌及分段退火函数分别取不同的参数值,对比曲线如图 4 所示。

退火函数演化图是对自反馈连接权值  $z(t)$  或收敛速度的直观体现. 由图 4 可知,自适应模拟退火函数较其他四种退火函数将会使得 FCS 混沌神经元具有较强混沌搜索能力的同时具有较快的收敛速度,能够根据模型特点自主选取合适的退火参数,起到一个有目的性的折叠、压缩、伸展的作用,具有更好的针对性、兼顾性和自适应性. 为了进一步验证自适应退火策略的有效性和可行性,将其应用到优化问题中,来进行实验对

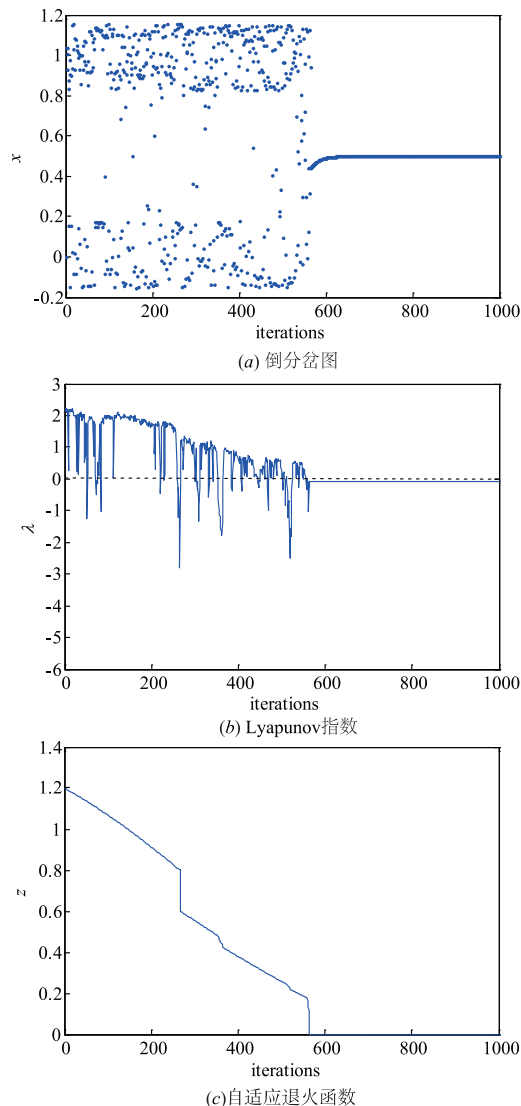


图3 FCS混沌神经元的动力学特性分析图

比和分析。

## 4 FCSCNN-SSA 在优化问题中的应用

### 4.1 FCSCNN-SSA 在函数优化中的应用

选取以下优化函数:

$$f(x_1, x_2) = 4x_1^2 - 2.1x_1^4 + x_1^6/3 + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4 \quad (18)$$

已知函数  $f$  的最小值为  $-1.0316285$ , 全局最优解为  $(0.08983, -0.7126)$  或  $(-0.08983, 0.7126)$ . 运行电脑配置为基于 64 位的 Inter(R) Core i3-3220(TM) CPU @ 3.30GHz 的 Windows 8.1 操作系统, 仿真软件版本为 Matlab R2014a. 采用自适应退火策略的 FCSCNN 模型求解该函数优化问题, 参数设置如下:  $k = 1, \alpha = 0.001, \varepsilon_1 = 0.008, I_0 = 0.65, z(0) = 0.5, A(0) = 0.4, \varepsilon_2(0) = 0.08, a = 6, b = 1, c = 0.25, \beta_1(0) = 0.02, \beta_2(0) = 0.05,$

$\beta_3 = 0.1, \varphi = 0.003, z_0 = 0.3, z'_0 = 0.4$ . 随机初始化神经  
元输出  $x_1, x_2$  的值, FCSCNN-SSA 模型优化函数  $f$  的能  
量函数  $E$  时间演化图如图 5 所示.

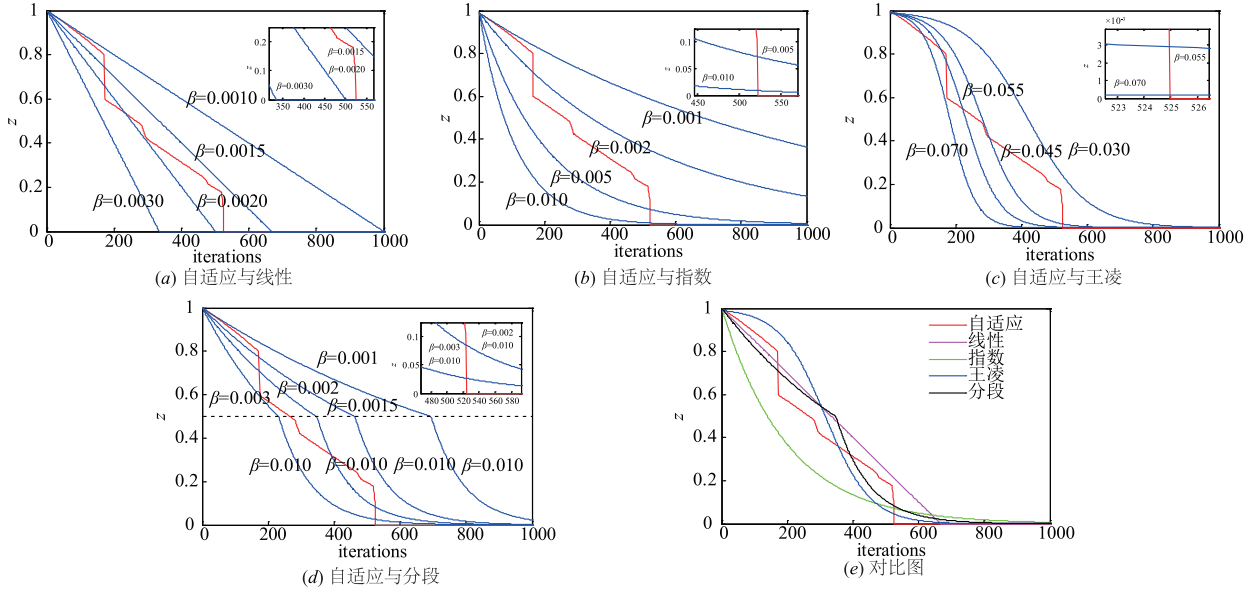


图4 自适应退火与其他退火函数对比图

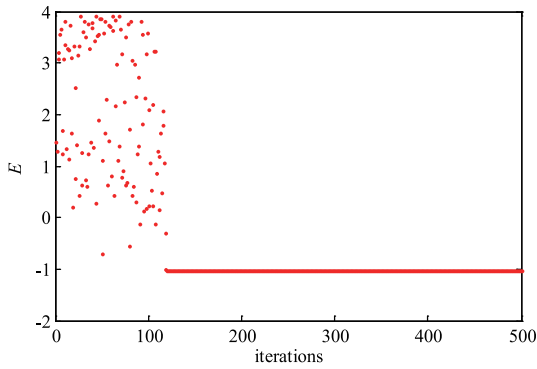
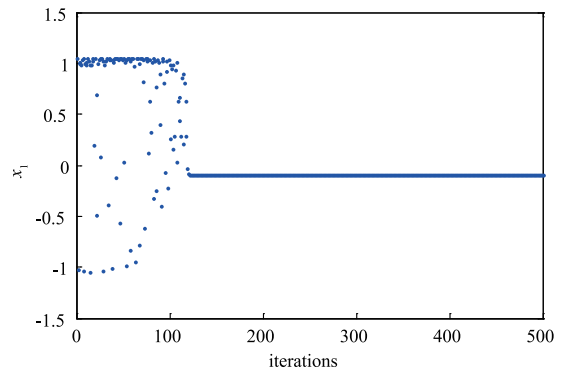


图5 FCSCNN-SSA优化函数f的能量函数E时间演化图

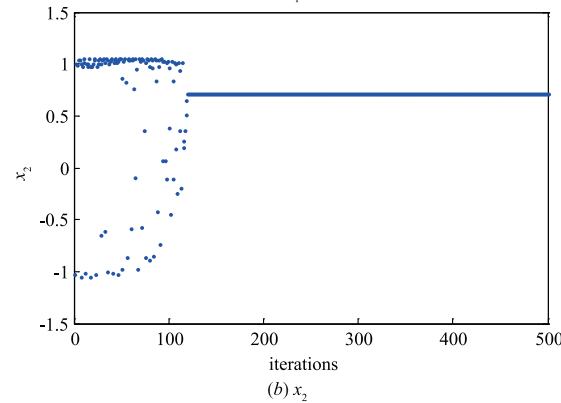
当网络迭代 120 步时优化函数的能量函数值为  $-1.03162845$ , 此时,  $x_1 = -0.089842, x_2 = 0.71266$ . 神经元输出  $x_1, x_2$  的时间演化图如图 6 所示. 由图 5, 6 可知: FCSCNN-SSA 具有丰富的混沌动力学特性, 并可以迅速收敛到稳定点. 由于函数优化问题的复杂度相对较低, 仅使用较弱混沌搜索动力便可准确找到最优解, 无法充分体现 FCSCNN-SSA 的特点和优势. 因此, 为了进一步验证提出模型的优化能力, 选择复杂的 NP 难题进行验证和分析.

**4.2 FCSCNN-SSA 在组合优化中的应用**

旅行商问题 (Traveling Salesman Problem, TSP) 是著名的组合优化问题, 描述简单但求解难度很大, 是一个典型 NP 难问题, 常被用来检验算法的优化性能<sup>[21]</sup>. TSP 描述如下: 假定有  $N$  个城市, 给出它们的位置和相互距离, 要求寻找一条闭合路径, 每个城市仅且被访问



(a)  $x_1$



(b)  $x_2$

图6 FCSCNN-SSA输出值 $x_1, x_2$ 时间演化图

一次, 回到起始城市, 要求这条路径的距离最短. 假设神经元的输出  $x_{ij}$  为访问城市  $i$  的次序  $j$ , 则问题对应的能量函数<sup>[7,10,12]</sup> 如下:

$$E = \frac{W_1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^N \left( \sum_{j=1}^N x_{ij} - 1 \right)^2 + \sum_{j=1}^N \left( \sum_{i=1}^N x_{ij} - 1 \right)^2 \right\} + \frac{W_2}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N (x_{k,j+1} + x_{k,j-1}) x_{ij} d_{ik} \quad (19)$$

其中,  $x_{i0} = x_{in}, x_{in+1} = x_{i1}$ ,  $W_1$  和  $W_2$  分别为与约束和关于路径长度的代价函数对应的耦合系数,  $d_{ij}$  为城市  $i$  和城市  $j$  之间的距离. 则由式(2)和式(19)得, 描述求解 TSP 的 FCS 神经元内部状态动力学方程为:

$$y_{ij}(t+1) = ky_{ij}(t) - z(t)(x_{ij}(t) - I_0) + \alpha \left\{ -W_1 \left[ \sum_{i \neq j} x_{ii}(t) + \sum_{k \neq i} x_{kj}(t) \right] - W_2 \left[ \sum_{k \neq i} d_{ik}(x_{k,j+1}(t) + x_{k,j-1}(t)) \right] + W_1 \right\} \quad (20)$$

选取 10、30 个城市不同规模的 TSP 问题进行实验分析, 已经满足条件的最短路径分别为 2.6776<sup>[1]</sup>, 4.237406<sup>[22]</sup> (如图 7). 首先, 采用基于不同退火策略的 TCNN 和 FCSCNN 模型来解决 10 城市的 TSP 问题, 来验证提出的自适应模拟退火策略的可行性和有效性.

在 FCSCNN 模型中, 选取相同参数如下:  $k = 1, \alpha = 0.05, \varepsilon_1 = 0.05, I_0 = 0.65, z(0) = 0.8, A(0) = 0.4, \varepsilon_2(0) = 0.08, a = 6, b = 1, c = 0.25, W_1 = 1, W_2 = 1$ . 随机

初始化神经元输出  $x_{ij}$  值, 采用基于不同退火函数的 FC-SCNN 和 TCNN ( $c = 0$ ) 模型求解 10 城市 TSP 问题. 分别进行 2000 次独立实验, 每次网络演化 1000 步, 结果如表 2~3 所示:

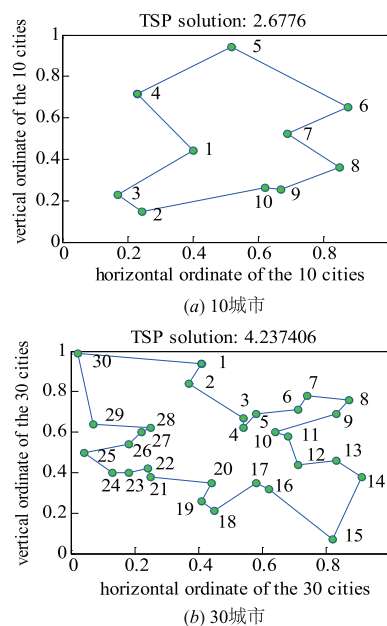


图7 10和30城市TSP归一化坐标的最短路径

表 2 不同退火函数作用下的 TCNN 模型求解 10 城市 TSP 问题结果

SAS	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	NLP/NOP	RLP/RGM (%)	Iterations	Runtime (s)	$\Omega$
线性	0.005	—	—	2000/1745	100/87.25	267.401	0.178	11.005
	0.01	—	—	1959/1653	97.95/82.65	190.849	0.127	12.085
指数	0.01	—	—	1972/1809	98.60/90.45	598.632	0.387	14.897
	0.05	—	—	1976/1721	98.80/86.05	212.805	0.139	10.709
王凌	0.05	—	—	1988/1826	99.40/91.30	445.421	0.281	11.902
	0.2	—	—	1967/1753	98.35/87.65	205.792	0.135	9.771
分段	0.01	0.05	—	1980/1765	99.00/88.25	288.747	0.186	10.085
	0.01	0.2	—	1939/1610	96.95/80.50	172.655	<b>0.125</b>	12.884
自适应	0.01	0.1	0.5	1973/1760	98.65/88.00	<b>166.426</b>	0.155	8.934
	0.01	0.05	0.2	1969/1797	98.45/89.85	218.035	0.169	<b>8.847</b>
	0.008	0.05	0.5	<b>2000/1832</b>	<b>100/91.80</b>	316.152	0.232	9.486

注:加粗部分为最好指标

为了综合评价模型的精度与速度的兼顾性, 定义性能指标如下:

$$\Omega = 10 \left[ (1 - \text{RGM}) / (1 - \min(\text{RGM})) + \text{Iterations} / \max(\text{Iterations}) \right] \quad (21)$$

其中,  $\min(\text{RGM})$  和  $\max(\text{Iterations})$  分别为所比较模型中的最优比率最小值和迭代次数最大值,  $\Omega$  值越小, 兼顾性越好. 由表 2~3 可知, 在相同模型参数条件下, 对于标准 TCNN<sup>[2,8]</sup> 和文献[1]提出的 FCSCNN 模型, 线

性、指数、王凌、分段退火策略均不能在保证较高寻优精度的同时, 也具备较快的收敛速度. 本文提出的自适应模拟退火策略由于采用 Lyapunov 指数准确分析定位模型的动力学状态来针对性的调整退火速度, 因此比现有的四种退火策略能够较快速的收敛到稳定点, 同时能够同样保持着较好混沌全局搜索能力, 可以更好的兼顾精度和速度两个优化性能指标 (或在相近的寻优精度下, 收敛速度更快). 使用自适应退火策略前, 先

采用较大退火速度(线性,  $\beta = 0.008$ ; 指数,  $\beta = 0.015$ ), 迭代步数为 200 即可得到较精确的 Lyapunov 指数图谱, 此步骤耗时仅  $0.0321 \pm 0.0019s$ , 并不会对整体的运行时间造成很大影响(注: 表 2~4 中 FCSCNN-SSA 运行时间已包括计算 Lyapunov 指数的时间). 为了进一

步验证 FCSCNN-SSA 模型的有效性, 将其同其他几种相关模型进行对比实验, 比较不同模型对 10 城市和 30 城市 TSP 问题的优化性能, 独立实验次数分别为 2000 和 200 次. 实验结果如表 4 所示.

表 3 不同退火函数作用下的 FCSCNN 模型求解 10 城市 TSP 问题结果

SAS	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	NLP/NOP	RLP/RGM (%)	Iterations	Runtime (s)	$\Omega$
线性	0.005	—	—	1998/1856	99.90/92.80	280.814	0.192	10.801
	0.01	—	—	1966/1768	98.30/88.40	192.485	<b>0.132</b>	13.149
指数	0.01	—	—	2000/1981	100/99.05	611.327	0.417	10.819
	0.05	—	—	1982/1845	99.10/92.25	253.157	0.176	10.822
王凌	0.05	—	—	2000/1945	100/97.25	502.126	0.348	10.584
	0.2	—	—	1977/1798	98.85/89.90	227.097	0.162	12.422
分段	0.01	0.05	—	2000/1896	100/94.80	330.278	0.227	9.886
	0.01	0.2	—	1950/1803	97.50/90.15	198.546	0.142	11.739
自适应	0.01	0.1	0.5	2000/1891	100/94.55	<b>186.162</b>	0.186	7.743
	0.01	0.05	0.2	2000/1935	100/96.75	232.607	0.201	<b>6.607</b>
	0.008	0.05	0.5	<b>2000/1986</b>	<b>100/99.30</b>	388.126	0.263	6.952

注: SAS, 模拟退火策略 (Simulated Annealing Scheme); NLP, 合法路径数 (Number of Legitimate Path); NOP, 最优路径数 (Number of Optimal Path); RLP, 合法比率 (Rate of Legitimate Path); RGM, 最优比率 (Rate of Global Minima); 加粗, 最好指标.

表 4 不同网络模型求解 10 和 30 城市 TSP 问题结果

TSP	Model	NLP/NOP	Solutions (Mean $\pm$ Std)	Iterations (Mean $\pm$ Std)	Runtime (s) (Mean $\pm$ Std)	$\Omega$
10	TCNN <sup>[8]</sup>	1972/1809	2.712 $\pm$ 0.154	598.632 $\pm$ <b>5.152</b>	0.387 $\pm$ 0.024	17.920
	TCNN-SEA <sup>[14]</sup>	1980/1765	2.755 $\pm$ 0.125	288.747 $\pm$ 15.633	0.186 $\pm$ 0.018	14.723
	I-TCNN <sup>[16]</sup>	2000/1957	2.686 $\pm$ 0.236	420.401 $\pm$ 16.295	0.264 $\pm$ 0.016	8.707
	NCNN <sup>[23]</sup>	2000/1910	2.695 $\pm$ 0.138	576.421 $\pm$ 46.603	0.365 $\pm$ 0.014	13.259
	BFS-TCNN <sup>[24]</sup>	2000/1952	2.683 $\pm$ 0.262	606.154 $\pm$ 50.056	0.406 $\pm$ 0.028	11.958
	FCSCNN <sup>[1]</sup>	2000/ <b>1981</b>	<b>2.678</b> $\pm$ 0.135	611.327 $\pm$ 42.811	0.417 $\pm$ 0.036	10.809
	FCSCNN-SSA	<b>2000/1935</b>	2.682 $\pm$ <b>0.086</b>	<b>232.607</b> $\pm$ 28.606	<b>0.182</b> $\pm$ <b>0.014</b>	<b>6.571</b>
30	TCNN <sup>[8]</sup>	189/45	4.523 $\pm$ 0.432	5557.422 $\pm$ 306.435	8.534 $\pm$ 0.220	19.177
	TCNN-SEA <sup>[14]</sup>	195/41	4.627 $\pm$ 0.243	5141.977 $\pm$ 169.702	7.659 $\pm$ <b>0.178</b>	18.004
	I-TCNN <sup>[16]</sup>	190/57	4.421 $\pm$ 0.302	5672.845 $\pm$ 98.657	7.910 $\pm$ 0.197	17.825
	NCNN <sup>[23]</sup>	195/60	4.420 $\pm$ 0.302	5082.464 $\pm$ 235.482	6.902 $\pm$ 0.254	16.717
	BFS-TCNN <sup>[24]</sup>	188/56	4.395 $\pm$ 0.280	5897.613 $\pm$ 167.243	8.162 $\pm$ 0.516	18.238
	FCSCNN <sup>[1]</sup>	193/ <b>61</b>	<b>4.374</b> $\pm$ 0.361	5724.023 $\pm$ 259.938	10.065 $\pm$ 0.202	18.742
	FCSCNN-SSA	<b>195/52</b>	4.380 $\pm$ <b>0.184</b>	<b>4186.752</b> $\pm$ <b>62.080</b>	<b>6.782</b> $\pm$ 0.227	<b>15.825</b>

注: 加粗, 最好指标.

由表 4 可知, FCSCNN-SSA 具有最少的迭代步数和运行时间, 最好的性能稳定性和兼顾性, 寻优准确度仅次于最高的 FCSCNN (但 FCSCNN 迭代步数最多). 对于 10 城市的 TSP 问题, 虽然 FCSCNN-SSA 由于计算 Lyapunov 指数增加了多余的时间, 但最少的迭代步数依然

使得其相对于其他模型具有最快的收敛速度. 而对于计算复杂度更高的 30 城市的 TSP 问题, FCSCNN-SSA 依然保持较高的寻优准确度, 同时具有最少的迭代次数和运行时间, 自适应退火策略的优势在规模较大的优化问题中表现也更为显著. 这归功于自适应退火策

略可以针对性的选择  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  三个不同档位的退火速度,对模型寻优的搜索初、中、后期阶段均有改进,进而提升了混沌运动(全局搜索)的利用效率(具备几乎全过程的非负  $\lambda$  值)和后期的收敛速度.综上所述,FCSCNN-SSA 能够更好兼顾寻优精度和收敛速度的关系.

## 5 结论

本文基于 FCSCNN 的优化机制和 Lyapunov 指数的意义及特点,提出了一种自适应模拟退火策略,可以同时兼顾 FCSCNN 模型动力学演化寻优过程中的速度与精度问题.通过绘制基于自适应退火策略的 FCS 神经元的倒分岔图及 Lyapunov 指数,并将其与现有的线性、指数、王凌以及分段退火策略进行对比分析,证实该退火策略能够使模型具有丰富的混沌特性和较快的收敛速度.进一步将该策略应用到比 TCNN 具有更丰富混沌动力学特性的 FCSCNN 中,提出了一种新型的混沌神经网络模型—FCSCNN-SSA.并将其应用到函数优化和组合优化问题中,实验结果表明:(1)自适应模拟退火策略能够自主且具有针对性的选择 FCSCNN 自反馈项的退火速度(且可以拓展应用于更多其他 TCNN 类模型中),优于线性、指数、王凌以及分段退火策略;(2)FCSCNN-SSA 比 TCNN 及其相关改进模型(TCNN-SEA、I-TCNN、NCNN、BFS-TCNN、FCSCNN)更能够在保证较高寻优精度的同时,具有较快的收敛速度,同时兼顾两项性能.

## 参考文献

- [1] 胡志强,李文静,乔俊飞.变频正弦混沌神经网络及其应用[J].物理学报,2017,66(9):12-22.  
HU Zhi-qiang, LI Wen-jing, QIAO Jun-fei. Frequency conversion sinusoidal chaotic neural network and its application [J]. Acta Physica Sinica, 2017, 66(9): 12-22. (in Chinese)
- [2] LIU W, WANG L. Minimizing interference in satellite communications using transiently chaotic neural networks [J]. Computers & Mathematics with Applications, 2009, 57(6): 1024-1029.
- [3] 高军峰,司慧芳,余彬,等.基于脑电样本熵的测谎分析[J].电子学报,2017,45(8):1836-1841.  
GAO Jun-fei, SI Hui-fang, YU Bin, et al. Lie detection analysis based on the sample entropy of EEG [J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(8): 1836-1841. (in Chinese)
- [4] 王登,苗夺谦,王睿智.一种新的基于小波包分解的 EEG 特征抽取与识别方法研究[J].电子学报,2013,41(1):193-198.  
WANG Deng, MIAO Duo-qian, WANG Rui-zhi. A new method of EEG classification with feature extraction based on wavelet packet decomposition [J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(1): 193-198. (in Chinese)
- [5] ZHANG Q, XIE X, ZHU P, et al. Sinusoidal modulation control method in a chaotic neural network [J]. Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation, 2014, 19(8): 2793-2800.
- [6] 张旭东,朱萍,谢小平,何国光.混沌神经网络的动态阈值控制[J].物理学报,2013,62(21):71-77.  
ZHANG Xu-dong, ZHU Ping, XIE Xiao-ping, HE Guo-guang. A dynamic threshold value control method for chaotic neural networks [J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(21): 71-77. (in Chinese)
- [7] GARCIA L, TALAVAN P M, YANEZ J. Improving the Hopfield model performance when applied to the traveling salesman problem [J]. Soft Computing, 2017, 21(14): 3891-3905.
- [8] MIRZAEI A, SAFABAKHSH R. Optimal matching by the transiently chaotic neural network [J]. Applied Soft Computing, 2009, 9(3): 863-873.
- [9] 任海鹏,陈玲娟,韩崇昭.双混沌神经网络及其在优化问题中的应用[J].系统工程与电子技术,2009,31(6):1366-1371.  
REN Hai-peng, CHEN Ling-juan, HAN Chong-zhao. Neural network with double chaotic mechanism and its application in optimization [J]. Systems Engineering and Electronics, 2009, 31(6): 1366-1371. (in Chinese)
- [10] 叶永刚,徐耀群. SLF 混沌神经网络及其应用 [J]. 计算机工程与应用, 2015, 51(21): 74-79.  
YE Yong-gang, XU Yao-qun. SLF chaotic neural network model and its application [J]. Computer Engineering and Applications, 2015, 51(21): 74-79. (in Chinese)
- [11] 于舒娟,宦如松,张响,冯迪.基于混沌神经网络的盲检测改进新算法[J].物理学报,2014,63(6):117-123.  
YU Shu-Juan, HUAN Ru-Song, ZHANG Yun, FENG Di. Novel improved blind detection algorithms based on chaotic neural networks [J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(6): 117-123. (in Chinese)
- [12] XU N, LIU L J, XU Y Q. A novel chaotic neural network with radial basis function and their application to TSP [J]. Applied Mechanics & Materials, 2012, 151: 532-536.
- [13] 王凌,郑大钟.一种基于退火策略的混沌神经网络优化算法[J].控制理论与应用,2000,17(1):139-142.  
WANG Ling, ZHANG Da-zhong. A kind of chaotic neural network optimization algorithm based on annealing strategy [J]. Control Theory and Applications, 2000, 17(1): 139-142. (in Chinese)
- [14] FENG Y C, CAI X. Simulated annealing schemes in transiently chaotic neural network model [J]. International

- Journal of Modern Physics B, 2004, 18 ( 17n19 ): 2579 – 2584.
- [ 15 ] LI Y, ZONG H, MENG D, et al. Adaptive IA-TCNN multiuser detector based on simulated annealing of optimization[ J ]. Energy Procedia, 2012, 17 ( 17 ): 588 – 594.
- [ 16 ] XU X, TANG Z, WANG J. A method to improve the transiently chaotic neural network [ J ]. Neurocomputing, 2005, 67: 456 – 463.
- [ 17 ] 修春波, 刘向东, 张宇河, 等. 一种新的混沌神经网络及其应用[ J ]. 电子学报, 2005, 33( 5 ): 868 – 870.  
XIU Chun-bo, LIU Xiang-dong, ZHANG Yu-he, TANG Yun-yu. A novel chaotic neural network and its application[ J ]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33( 5 ): 868 – 870. ( in Chinese )
- [ 18 ] 杨爱波, 王基, 刘树勇, 等. 基于空间栅格法的最大 Lyapunov 指数算法研究[ J ]. 电子学报, 2012, 40( 9 ): 1871 – 1875.  
YANG Ai-bo, WANG Ji, LIU Shu-yong, et al. An algorithm for computing the largest Lyapunov exponent based on space grid method[ J ]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40( 9 ): 1871 – 1875. ( in Chinese )
- [ 19 ] YANG G, YI J. Delayed chaotic neural network with annealing controlling for maximum clique problem[ J ]. Neurocomputing, 2014, 127( 3 ): 114 – 123.
- [ 20 ] KWOK T, SMITH K A. Experimental analysis of chaotic neural network models for combinatorial optimization under a unifying framework[ J ]. Neural Networks, 2000, 13 ( 7 ): 731 – 744.
- [ 21 ] LIU X, XIU C. A novel hysteretic chaotic neural network and its applications[ J ]. Neurocomputing, 2007, 70 ( 13 ): 2561 – 2565.
- [ 22 ] ZHAO L, SUN M, CHENG J H, et al. A novel chaotic neural network with the ability to characterize local features and its application[ J ]. IEEE transactions on neural networks, 2009, 20( 4 ): 735 – 742.
- [ 23 ] ZHAO Y, JI H, CHEN Z. Noisy chaotic neural network for resource allocation in high-speed train OFDMA system [ J ]. Transactions of Tianjin University, 2014, 20( 5 ): 368 – 374.
- [ 24 ] YE Y. Bessel function self-Feedback chaotic neural network model and applications[ J ]. International Journal of Hybrid Information Technology, 2014, 7( 4 ): 19 – 28.

#### 作者简介



**胡志强** 男, 1988 年 7 月出生, 山东省泰安人, 2013 年毕业于桂林电子科技大学获硕士学位, 现为北京工业大学信息学部博士研究生. 主要研究方向为混沌动力学、混沌神经网络、污水处理建模与仿真、智能优化算法等.  
E-mail: zacharyhu33@163.com



**李文静** 女, 1985 年出生, 陕西西安人, 2013 年 7 月毕业于中国科学院自动化研究所获工学博士学位, 现为北京工业大学副教授, 硕士生导师. 主要研究方向为神经计算, 人工神经网络, 模式识别、神经科学.  
E-mail: wenjing.li@bjut.edu.cn



**乔俊飞** 男, 1968 年出生, 内蒙古鄂尔多斯人. 1998 年于东北大学获博士学位, 现为北京工业大学教授, 博士生导师, 主要研究方向为智能控制理论及应用, 神经网络分析与设计等.  
E-mail: junfeiq@bjut.edu.cn